

### Precīzo ģeneratoru perioda džitera vērtējuma metode

Izgdrojums attiecas uz mērījumu metodiku, konkrēti, uz precīzo ģeneratoru (piemēram, kvarca) perioda džitera (īslaicīgas nestabilitātes) mērīšanas metodi.

Mūsdienās ir zināmas dažādas precīzo ģeneratoru perioda džitera vērtējuma metodes ar precizitāti līdz dažām pikosekundēm. Tā, metodē [1] izmanto divkāāršo pētāmā ģeneratora frekvences pārveidošanu līdz 1kHz, ar tādā veidā pastiprināta džitera turpmāko mērījumu. Šī metode prasa papildus aprīkojuma izmantošanu, konkrēti DDS (direct digital synthesizer). Laika analizatoru izmantošana vienkāršo džitera novērtējuma iegūšanu. Laika analizatori ļauj veikt tiešo secīgo periodu mērījumu ar mērījuma rezultātu uzkrājumu atmiņā [2]. Šī metode ir vistuvākā piedāvātajai un satur šādas operācijas:

1. Pētāmā ģeneratora uzdota skaita  $n$  secīgo periodu  $T_i$  mērījums.
2. Mērījuma rezultātu uzkrājums datu masīvā  $[A_i]$ .
3. Mērījuma rezultātu dispersijas vērtējuma noteikšana:

$$D[A_i] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - \hat{A})^2, \quad \hat{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i.$$

Izmantojot norādītas formulas var noteikt dispersijas vērtējumu ar precizitāti, kas atkarīga no mērījuma rezultātu skaita  $n$ . Vērtība  $\sigma_{period} \approx \sqrt{D[A_i]}$  tiek pieņemta par pētāmā ģeneratora džitera vērtējumu un ietver sevī perioda mērījuma kļūdas lielumu.

Piedāvātās metodes **mērķis** ir precīzo ģeneratoru džitera vērtējuma precizitātes paaugstināšana, izslēdzot perioda mērījumu kļūdu. Piedāvātās metodes pamatoperācijas ir šādas:

1. Pētāmā precīzā ģeneratora uzdota skaita  $n$  secīgo periodu  $T_i$  mērījums, turklāt katrs  $i$ -tais periods tiek mērīts vienlaicīgi divos mērījumu kanālos A un B.
2. Mērījuma rezultātu uzkrājums datu masīvos  $[A_i]$  un  $[B_i]$ .
3. Uzkrāto mērījuma rezultātu masīvu  $[A_i]$  un  $[B_i]$  kovariācijas noteikšana:

$$\text{cov}[A_i, B_i] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - \hat{A})(B_i - \hat{B}),$$

kur  $\hat{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i$ ,  $\hat{B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B_i$ .

Izmantojot norādītas formulas, var novērtēt kovariāciju ar precizitāti, kas atkarīga no mērījumu skaita  $n$ . Vērtība  $\sigma_{period} \approx \sqrt{\text{cov}[A_i, B_i]}$  tiek uzskatīta par pētāmā ģeneratora džitera vērtējumu.

Zemāk ir izklāstīts piedāvātās metodes pamatojums.

Piedāvātajā metodē katrs pētāmā ģenerators  $i$ -tais periods  $T_i$  tiek mērīts vienlaicīgi divos mērījumu kanālos A un B (1. att.) ar mērījumu kļūdām  $a_i$  un  $b_i$ , attiecīgi. Mērījuma rezultāti tiek uzkrāti masīvos  $[A_i]$  un  $[B_i]$ .

Ja  $i$ -tājs periods tiek mērīts ar mērītājiem A un B vienlaicīgi, tad var uzrakstīt:

$$\begin{aligned} A_i &= T_i + a_i \\ B_i &= T_i + b_i \end{aligned} \quad (1)$$

Atbilstoši (1) katra mērītāja mērījumu rezultātu dispersijas  $D[A_i]$  un  $D[B_i]$  sastāda:

$$\begin{aligned} D[A_i] &= D[T_i] + D[a_i] + 2 \operatorname{cov}[T_i, a_i] \\ D[B_i] &= D[T_i] + D[b_i] + 2 \operatorname{cov}[T_i, b_i], \end{aligned} \quad (2)$$

kur  $D[T_i]$  - pētāmā ģenerators perioda dispersija, kas ļauj iegūt tā džitera meklējamo vērtējumu, bet  $\operatorname{cov}(T_i, a_i)$  un  $\operatorname{cov}(T_i, b_i)$  - mērāma perioda mērījuma kļūdu kovariācija attiecīgajā mērījumu kanālā.

Apskatīsim divu mērītāju mērījumu rezultātu starpības. Šo starpību dispersija kopumā tiek izteikta šādi:

$$D[A_i - B_i] = D[A_i] + D[B_i] - 2 \operatorname{cov}[A_i, B_i], \quad (3)$$

kur  $\operatorname{cov}(A_i, B_i)$  - mērījuma rezultātu kovariācija mērījumu kanāliem A un B. Izteiksme (3), ievietojot vērtības no (2), tiek pārveidota šādā veidā:

$$D[A_i - B_i] = 2D[T_i] + D[a_i] + D[b_i] - 2 \operatorname{cov}[A_i, B_i] + 2 \operatorname{cov}[T_i, a_i] + 2 \operatorname{cov}[T_i, b_i]. \quad (4)$$

Citādi mērījumu rezultātu starpību dispersiju var atrast, izmantojot (1), un to izteikt šādā veidā:

$$D[A_i - B_i] = D[a_i] + D[b_i] - 2 \operatorname{cov}[a_i, b_i], \quad (5)$$

kur  $\operatorname{cov}(a_i, b_i)$  - perioda mērījumu kļūdu kovariācija.

No izteiksmju (4) un (5) labo daļu vienādības var atrast izteiksmi ieejas signāla perioda dispersijai:

$$D[T_i] = \operatorname{cov}[A_i, B_i] - \operatorname{cov}[a_i, b_i] - \operatorname{cov}[T_i, a_i] - \operatorname{cov}[T_i, b_i]. \quad (6)$$

Apskatīsim labas daļas komponentus un to nozīmīgumu. Pirmais komponents ietver visas korelācijas, tai skaitā arī mērījumu rezultātu pozitīvo korelāciju ieejas signālam, t.i. pētāmā perioda džiteri. Komponenti  $\operatorname{cov}[T_i, a_i]$  un  $\operatorname{cov}[T_i, b_i]$  nosaka savstarpējas sakarības esamību starp mērāmo vērtību un mērījuma kļūdu katram mērītājam. Šo savstarpējo sakarību visbiežāk izraisa mērītāja skalas nelinearitāte. Tomēr laika mērījumiem piemīt īpatnība, ka pat, mērot precīzi vienādus periodus, katru reizi iznāk dažādas mērītāja kļūdu vērtības (izņemot ļoti retus gadījumus, kad ieejas signāla frekvence ir kārtņa mērītāja takts frekvencei, ko var ignorēt). Ņemot to vērā, mērāmā perioda vērtība un mērījuma kļūda praktiski nav saistītas savā starpā un  $\operatorname{cov}[T_i, a_i] \approx \operatorname{cov}[T_i, b_i] \approx 0$ . Izteiksmē (6) ietvertā kovariācija  $\operatorname{cov}[a_i, b_i]$  nosaka savstarpējās sakarības esamību starp  $i$ -tā perioda mērījuma kļūdām mērījumu kanālos

A un B. Korelācija starp šīm kļūdām iespējama dažādu iemeslu dēļ. Tā ir iespējama ar lielāko varbūtību un pat nenovēršama abu mērītāju sinhronizācijas gadījumā (piemēram, ar kopējo atbalsta ģeneratoru vai ar maiņstrāvas tīkla frekvenci caur barošanas avotiem). Tomēr sinhronizāciju pēc kopējā atbalsta ģeneratora var viegli novērst, katram mērītajam izmantojot atsevišķu atbalsta ģeneratoru. Attiecībā uz maiņstrāvas tīkla ietekmi, tad mūsdienu impulsa barošanas avotu blokiem ir individuālas darba frekvences kilohercu diapazonā, kas izslēdz tāda mehānisma kļūdu korelācijas iespēju. No tā seko, ka, nodrošinot noteiktus apstākļus, var izslēgt mērītāju kļūdu savstarpējo korelāciju. Ja tiek ievērots nosacījums  $\text{cov}[a_i, b_i] \approx 0$ , tad vienīgais nozīmīgais mērījumu rezultātu korelācijas mehānisms izrādās mērījumu rezultātu pozitīva korelācija kopējam ieejas signālam. Tādējādi, pētāmā ģeneratora perioda džiteri var novērtēt ar lielumu:

$$\sigma_{period} = \sqrt{D[T_i]} \approx \sqrt{\text{cov}[A_i, B_i]} \approx \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - \hat{A})(B_i - \hat{B})} . \quad (7)$$

Piedāvātajā metodē mērījumu objekts var būt ne tikai precīzā ģeneratora perioda džiteris, bet arī precīzā ģeneratora ģenerētais laika intervāls. Pie tam, katrs pētāmā ģeneratora  $i$ -tais laika intervāls ar lielumu  $T_i$  vienlaicīgi tiek mērīts mērīšanas kanālos A un B (1. att.) ar kļūdām  $a_i$  un  $b_i$ , attiecīgi. Mērījumu rezultāti  $A_i$  un  $B_i$  tiek uzkrāti masīvu veidā  $[A_i]$  un  $[B_i]$ . Pie tam, ir pilnīgi patiesi visi iepriekšējie spriedumi un secinājums, ka laika intervāla džiteris var tikt novērtēts pēc analogijas ar periodu ar lielumu:

$$\sigma_{T_i} = \sqrt{D[T_i]} \approx \sqrt{\text{cov}[A_i, B_i]} \approx \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (A_i - \hat{A})(B_i - \hat{B})}$$

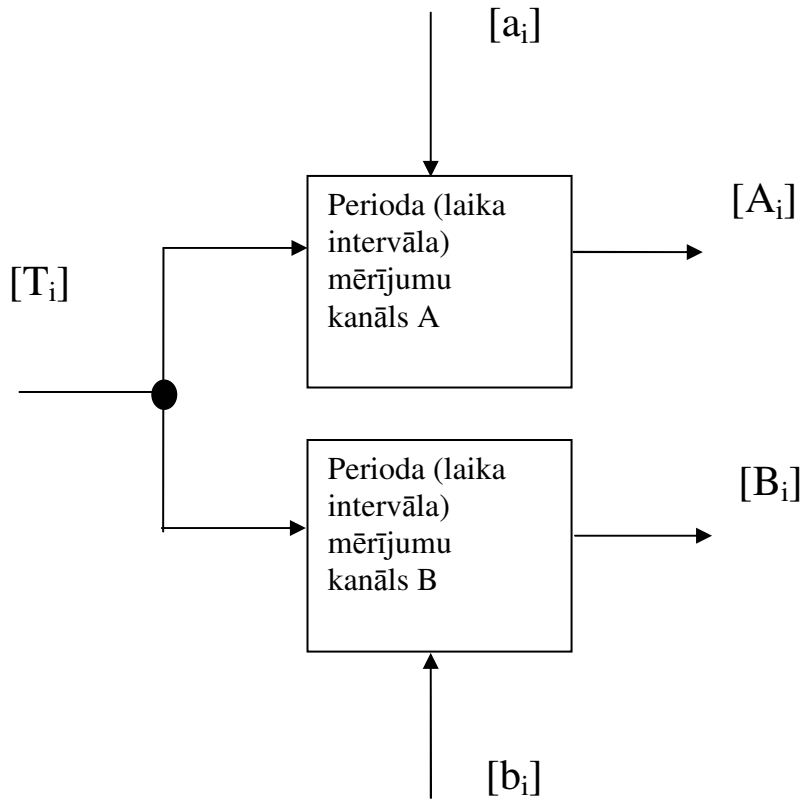
Prototipa metodē perioda mērījumu rezultātu dispersija vienmēr reprezentē ieejas signāla periodu dispersijas un mērījuma kļūdas summu:  $D[A_i] = D[T_i] + D[a_i]$ . Tāpēc pētāmā ģeneratora džitera vērtējums ir zināms tikai ar precizitāti līdz perioda mērījuma kļūdas vērtībai. Piedāvātajā metodē lielāka vai mazāka perioda vai laika intervāla mērījuma kļūda nosaka to, ka eksistē lielāka vai mazāka iegūto džitera vērtējumu izkliede.

Eksistējošajā metodē mērījumu ciklu atkārtojums nesamazina džitera novērtējuma kļūdu. Matemātiskā modelēšana un eksperimenti parādīja, ka piedāvātajā metodē notiek „klasiskā” mērījuma rezultātu vidējošana, atkārtojot ciklus, t.i., atkārtojot  $N$  mērījuma ciklus, vērtējuma precizitāte palielinās aptuveni  $\sqrt{N}$  reizēs. Kā parādīja eksperimenti, izmantojot piedāvāto metodi, ir sasniedzams precīzo ģeneratoru kā perioda, tā arī laika intervāla džitera vērtējums ar subpikosekundes precizitāti.

1. [http://www.spectratime.com/documents/picotime\\_spec.pdf](http://www.spectratime.com/documents/picotime_spec.pdf)

2. <http://www.sitime.com/support2/documents/AN10007-Jitter-and-measurement.pdf>

Precīzo ģeneratoru perioda džitera novērtējuma metode



1.Att.